

TEORIA E APLICAÇÃO DA PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

Anselmo Gonçalves do Carmo
Universidade Católica de Brasília

Resumo: O texto faz uma análise de alguns livros didáticos do ensino médio, indicado, ou não, pelo MEC que abordam o conteúdo de probabilidade, mais usados nas escolas particulares e públicas de Brasília, em especial, Taguatinga. Ainda contém um conjunto de idéias que consideramos importantes para auxiliar o estudo da teoria de probabilidades de maneira crítica e reflexiva.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com o estudo sobre a proposta curricular do estado de São Paulo realizado por Lopes (2005), o estudo matemático é muito importante, pois desenvolve o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível. Segundo a autora, a proposta paulista também enfatiza que aprender matemática é mais que aprender técnicas, é interpretar, construir ferramentas conceituais e criar significados.

Nos PCN's diz-se que a probabilidade desenvolve no estudante formas particulares de pensamentos e raciocínios, envolvendo fenômenos aleatórios, e certas atitudes que possibilitam o posicionamento crítico, o fazer previsões e tomar decisões.

Segundo os estudos realizados por Lopes (2005) sobre os parâmetros curriculares nacionais(PCN's) a probabilidade é muito útil na sociedade atual, devido a necessidade que há dos indivíduos compreenderem as informações veiculadas, fazer previsões que influenciam suas vidas pessoais e em comunidade. Devido a grande dificuldade em ensinar probabilidade para o ensino médio e ainda por trazer "traumas" do tempo de estudo, pois não entendia a não utilidade de certos conteúdos, escolheu-se este conteúdo por concordar que traz vantagens para os alunos e para a sociedade.

Hurtado e Costa (2005) pesquisaram sobre a probabilidade no ensino médio e ressaltaram que o ensino da probabilidade no ensino médio pode se constituir em um poderoso instrumento social, na medida em que pode permitir ao estudante uma melhor compreensão das estatísticas oficiais, tornando-o capacitado a exercer mais conscienciosamente sua cidadania.

Assim, apresentaremos considerações sobre livros didáticos que abordam o conteúdo de probabilidade, a nível de ensino médio, os mais usados pelas escolas públicas e particulares do DF, em especial as escolas de Taguatinga. Proporemos também sugestões para se trabalhar este conteúdo de maneira que ele esteja mais ligado com o cotidiano do aluno, porém sem desconsiderar a importância teórica do assunto. Focaremos o estudo deste conteúdo por meio da realização de experimentos, pesquisas e também de questões discursivas, que permitam ao aluno argumentar e refletir mais criticamente sobre o que ele está aprendendo. Pretendemos acrescentar idéias, e não mudar totalmente a forma como vem sendo trabalhado este conteúdo.

2. DESENVOLVIMENTO

A teoria da probabilidade no ensino médio pode se constituir em um poderoso instrumento social é o que diz Hurtado e Costa (2005). Outros pesquisadores, como visto na introdução, chegaram à mesma conclusão. Porém, acreditamos que esta teoria poderia ser melhor aproveitada no ensino médio.

A maioria dos livros do ensino médio que abordam este conteúdo, foca mais as questões voltadas para os jogos de azar, no entanto só alguns fazem um elo entre esses jogos e a teoria da probabilidade, poucos falam do valor histórico deste estudo, uma vez que esta teoria surgiu a partir destes jogos. Estes trabalham muito com exercícios que praticamente só exige que o aluno decore uma fórmula e aplique, ou seja, exercícios meramente mecânicos. Segue uma análise mais detalhada de alguns livros

2.1. Análise do livro Matemática: Uma nova abordagem – 2, de José Ruy Giovani e José Rober Bonjorno

Os autores introduzem o conteúdo de maneira simples, porém bem interessante. Eles apresentam a seguinte curiosidade matemática: “Em um grupo de 60 pessoas, a probabilidade de que pelo menos duas façam aniversário no mesmo dia é de quase 100%”. Os autores, porém, não limitam-se apenas em informar a curiosidade. Eles retomam, no decorrer do capítulo, ao assunto e então explicam a maneira de se obter matematicamente tal informação. Tal maneira de apresentar um conteúdo é muito importante, pois além de informar ela também pode formar.

Todos os seus conceitos são apresentados de forma bem tradicional. Ou melhor, o autor apóia-se nos jogos de azar, principalmente dados, moedas, para conceituar a teoria da probabilidade. O livro poderia ter exposto alguma nota histórica a respeito dos jogos de azar, ou, ao menos, informar por que fundamentou seu capítulo nesses jogos. Entende-se que a maneira como ele apresentou o conteúdo tende a gerar no aluno a falsa mentalidade que a principal aplicação, da probabilidade é nos jogos de azar. As propriedades referentes a probabilidade não aparecem de forma clara no texto. Além disso, a propriedade que diz que a probabilidade pode assumir valores entre 0% e 100% nem aparece no capítulo.

Achamos também que ele poderia ter dito um pouco mais sobre equiprobabilidade, para poder definir probabilidade. Poderia ter se baseado em experimentos, tais como o lançamento de uma moeda várias vezes, e mostrar que estes eventos são equiprováveis, pois se lançarmos muitíssimas vezes a moeda, a tendência seria obter a mesma quantidade de caras e coroas. Se o aluno souber o que é equiprobabilidade, provavelmente ele entenderá com mais clareza a definição.

Diferente da apresentação do conteúdo, percebe-se a tentativa do autor em diversificar os exercícios. Nota-se neste livro a forte presença de exercícios fundamentados em pesquisa estatística. Aproveitamos este momento para enfatizar a idéia de que estudar a estatística anteriormente ao conteúdo de probabilidade é de grande ajuda, pois o livro conceitua os tópicos

sem nem citar exemplos que envolvam a estatística, e nos exercícios propostos há uma bateria de exercícios que envolvem este conteúdo.

O autor inclui neste livro algo muito importante para um jovem que se encontra no 2º ano do ensino médio. Eles incluíram textos, retirados de jornais e revistas, que falam sobre diversas profissões, e também sobre curiosidades do cotidiano. Esta atitude é muito boa, pois em geral esta é uma fase decisiva na escolha da profissão.

2.2. Análise do livro Matemática: volume único, de Manuel Paiva

O autor inicia o capítulo de probabilidade com um texto tratando da história desse conteúdo. O texto propõe a seguinte questão: “Um jogo de dados entre dois adversários chega ao fim quando um dos jogadores vence três partidas em primeiro lugar. Se esse jogo for interrompido antes do final, de que maneira cada um dos jogadores deverá ser indenizado?” No entanto, em nenhum momento do capítulo ele a retoma para respondê-la, ou dá dicas de como chegar a tal resposta. A idéia de apresentar a probabilidade com texto histórico pode ser interessante, e pode ser uma ferramenta forte para explicar a importância dos jogos azar na história da probabilidade, porém, é preciso ter cautela para não resumir demais a história e correr o risco da história ficar sem sentido.

Em seguida o autor apresenta o seguinte exemplo: “Um automóvel será sorteado entre os clientes de um shopping center: No dia do sorteio um representante do shopping vai retirar um cupom de um total de 10.000 que se encontram em uma urna. Qual é a probabilidade de uma pessoa que depositou 250 cupons ganhar o automóvel”. Ele aproveita este exemplo para falar sobre experimento aleatório, espaço amostral equiprovável e evento. Após falar sobre estes tópicos ele define probabilidade. Consideramos muito importante a maneira como ele fez para chegar até a definição, pois partiu de um assunto cotidiano, que é de conhecimento do aluno, e somente depois sistematizou o conteúdo, isto é, definiu o conteúdo.

Outro tópico interessante no livro é a maneira como é conceituado espaço equiprovável. Nesse tópico ele simula o lançamento de um dado 1000 vezes e conta a quantidade de vezes que cada face, após o lançamento, fica voltada para cima. Partindo desse exemplo, ele também induz o aluno a ver, que se aumentar a quantidade de lançamentos, a tendência é a estabilidade. O número de vezes que cada face fica voltada para cima tende a se igualar quando o número de lançamentos tende ao infinito.

Os demais conteúdos foram conceituados/definidos de maneira bem tradicional. Explicou a teoria e a exemplificou baseando-se apenas em exemplos referentes a jogos de azar. As propriedades aparecem de forma simples e clara. No entanto, os exercícios apresentados pelo livro são diversos. Achamos que ele poderia ter, ao explicar cada conteúdo, dado mais exemplos do mesmo conteúdo, porém de maneira diferente, para que o aluno não tenha um choque ao tentar resolver os exercícios. Percebe-se nos exercícios, ainda que em pouca quantidade, a tentativa de retomar conteúdos anteriormente estudados na disciplina de matemática, tais como divisibilidade, geometria, a teoria de conjuntos, estatística, dentre outros.

Nota-se que em poucos momentos o autor tenta instigar o aluno à pesquisa, à experiência, ao estudo reflexivo e crítico do que está aprendendo. No mais, ele apresenta o conteúdo de maneira objetiva e tradicional. O livro não abre muito espaço para exercícios que permitam ao aluno respondê-los com suas próprias palavras.

2.3. Análise do livro Matemática: Volume único de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn e Roberto Perigo.

Os autores iniciam o capítulo com algumas perguntas referentes a alguns experimentos aleatórios. Uma das perguntas diz respeito a probabilidade de se acertar na mega sena. Consideramos criativo este tipo de apresentação, pois ela instiga no aluno o interesse de saber a resposta da questão, porém é interessante citar que as perguntas utilizadas para fazer a abertura do capítulo não foram respondidas no livro, no entanto o livro apresenta recursos suficientes para que o aluno a responda. Seria interessante que eles informassem alguma nota histórica e fizesse relação desta nota com as aplicações atuais da probabilidade, porém, é claro, tomando o cuidado de não estender demais o texto, mas também não resumir demais.

Este livro apresenta o conteúdo um pouco diferente dos outros livros estudados. Ele, em geral, dá um exemplo do cotidiano do aluno e a partir deste exemplo é que define a teoria. Após definir o assunto, para fixar, ele ainda apresenta outros exemplos que abrangem fatos do cotidiano do aluno. Contudo, o livro não abandona os jogos de azar, pois há vários exemplos e exercícios que envolvem estes jogos. As propriedades foram tratadas organizadamente. Percebe-se também no livro a intenção de retomar conteúdos estudados anteriormente pelos alunos, tais como diâmetro da circunferência, tópicos referente a estatística, e outros.

O livro apresenta uma gama muito boa de exercícios, os quais fazem junção da probabilidade com outras áreas do conhecimento tais como, a biologia, loterias, senso comum, dentre outras áreas. Estes exercícios podem ser muito úteis aos estudantes do ensino médio, pois são exercícios que exigem dedicação, paciência e bom raciocínio lógico matemático, além de poder aumentar a criatividade dos estudantes. Apesar de terem bons exercícios, acreditamos que os autores conseguiram tirar mais proveito destes exercícios. Achamos que seria interessante exigir no exercício não só a resposta, mas também uma interpretação da resposta. Falaremos mais deste tópico quando apresentarmos nossa proposta.

2.4. Análise do livro Matemática: Série novo ensino médio – Volume único de Carlos Alberto Marcondes dos Santos, Nelson Gentil e Sérgio Emílio Greco.

Com o intuito de fazerem um livro de volume único e de custo acessível ao aluno do ensino médio de escolas públicas, os autores resumiram demais o conteúdo. A apresentação da teoria da probabilidade é muito direta, isto é, inicia-se falando sobre experimentos, aleatórios e determinísticos, sem ao menos inserir um texto que incentive o aluno a estudar este conteúdo.

A exposição dos conteúdos, em si, se dá de forma bem tradicional, ou seja, os autores conceituam um certo tópico, apresentam um ou dois exemplos envolvendo os jogos de azar e a seguir apresentam uma lista de exercícios. O livro poderia, ter feito um elo entre a utilização dos jogos

de azar e a história da probabilidade. O livro não mostra claramente a relação que há entre a probabilidade e a estatística, relação esta, que consideramos ser fundamental para o ensino médio. As propriedades são apresentadas de maneira clara e objetiva.

Os exercícios apresentados pelo livro são praticamente iguais aos utilizados para exemplificar os conceitos, exigindo do aluno pouco conhecimento probabilístico. Servem mais para decorar fórmulas e aplicá-las de maneira meramente mecânica.

O livro finaliza o capítulo falando sobre eventos independentes, sem nem sequer comentar a respeito da probabilidade condicional e muito menos, probabilidade binomial. Enfim este livro tem sua importância, porém, apesar de ter informações de que ele está de acordo com as diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio, achamos que não atende a necessidade do aluno do ensino médio atual. Uma vez que a sociedade está exigindo do cidadão um conhecimento razoável sobre este conteúdo em estudo, e não simplesmente decorar fórmulas e usá-las sem saber de suas aplicações no dia-a-dia.

2.5. Análise do livro Matemática 3ª série de Luiz Roberto Dante

O livro não faz uma apresentação do conteúdo, ele já inicia falando sobre experimentos aleatórios e os exemplificando. Para exemplificar este tópico ele não se limita apenas aos jogos de azar, ele vai além, dá outros exemplos de experimentos tais como: “número de peças defeituosas fabricadas por uma máquina, número de chamadas telefônicas que serão efetuadas numa cidade no dia das mães,.etc.”

A apresentação do conteúdo se dá de forma bem simples, praticamente igual a todos os outros livros, porém com a diferença na exposição de exemplos para fixar o conteúdo. O autor, desde o início trabalha exemplificando os conteúdos de formas diferentes. Por exemplo: ao apresentar espaço amostral ele propõe o seguinte exemplo, “No experimento de registrar o número de peças defeituosas fabricadas por uma máquina num dia, determine o espaço amostral e os eventos “número de peças defeituosas num dia é 8” e “número de peças defeituosas num dia é maior do que 5”. Contudo ele não deixou de dar exemplos com jogos de azar, o que achamos também muito importante. Apresentações deste tipo pode tirar a idéia que muitos têm de que a maior aplicação da probabilidade é nos jogos de azar. E além disso, o livro faz referências a aplicações da probabilidade em outras áreas, tais como biologia, jogos diversos, a estatística, teoria dos conjuntos, dentre outros. Este livro expõem organizadamente as propriedades.

É importante citar que o livro apresenta uma nota histórica no final do capítulo que resume a história da probabilidade, apresentando diversas áreas do conhecimento onde a probabilidade é aplicada. Ele apresenta durante a apresentação do capítulo várias notas destacadas no capítulo. São exemplos das notas: **1.** não sair “cara” equivale a sair “coroa”, **2.** Qual a diferença em se dizer, “pelo menos duas” e “exatamente duas”? O interessante é que com estas notas ele instiga o aluno a refletir sobre o que ele está estudando.

O exercício pode ser bem aproveitado pelos alunos, pois o livro, ao definir os conteúdos diversifica bem seus exemplos. Eles são muito úteis para o desenvolvimento lógico-matemático e

até mesmo para a ampliação do conhecimento científico dos estudantes do ensino médio. Porém achamos que o autor poderia investir mais nas reflexões sobre o conteúdo, principalmente aquelas que fazem elo mais diretamente entre a probabilidade e o cotidiano do aluno. E mais, preferimos reflexões interrogativas, para que assim o estudante tenha que sair do seu comodismo e procurar respostas, e não receber a informação sem fazer esforço.

2.6. Análise do livro Matemática: Aula por aula – 2ª série de Benigno Barreto Filho e Cláudio Xavier da Silva.

Os autores iniciam o capítulo com um texto, o qual informava de maneira superficial a motivação inicial do estudo da probabilidade, e algumas de suas aplicações em outras áreas do conhecimento. Em seguida eles apresentam outro texto sobre a história da matemática. Porém este dizia muito mais a respeito da vida de Fermat do que da teoria da probabilidade. Apesar da superficialidade dos textos, consideramos válida a apresentação que o livro fez, pois ela mostra de maneira clara a utilidade deste conteúdo. Contudo, o livro poderia ter retomado estes textos em algum momento do capítulo e ter falado mais sobre eles. Por exemplo, ele disse que a probabilidade tem aplicação na genética, mas não exemplificou em momento algum esta afirmação.

Os conteúdos foram desenvolvidos de modo tradicional, definia-se o conteúdo, exemplificava usando os jogos de azar e apresentava uma bateria de exercícios. Consideramos válida esta maneira, porém vemos que seria mais interessante que ao apresentar os conceitos, o autor não se limitasse nos jogos de azar, mas sim dar outros exemplos, já que existe ampla aplicação dessa teoria. O livro apresenta os principais axiomas de modo claro, porém sem mencionar o termo axioma. Pensamos que fica confuso ao aluno do ensino médio estudar probabilidade sem conhecer claramente suas principais propriedades. Os exercícios iniciais são mais voltados para os jogos de azar, porém a partir do tópico “união de probabilidades” o livro diversifica mais seus exercícios. E mais, quando eles apresentam os exercícios complementares e o tópico que eles dão o nome de “Desenvolva a criatividade”, percebe-se com mais clareza essa diversidade.

A teoria de conjuntos é tratada como se o aluno já soubesse, não há no capítulo tópicos retomando este conteúdo. A estatística que consideramos de fundamental importância no estudo dessa teoria aparece muito pouco, e mesmo assim em exemplos bem discretos. Um exemplo é o exercício 3 do tópico “Desenvolva a criatividade” que diz: Em uma eleição para a prefeitura de uma cidade, 30% dos eleitores são favoráveis a um certo candidato. Se uma pesquisa eleitoral for feita sorteando-se 10 pessoas (sorteio com reposição) entre os eleitores, qual a probabilidade de que, nessa amostra: a) Todos sejam favoráveis ao candidato A? b) Haja exatamente 3 eleitores favoráveis ao candidato A?”. Pensamos que o livro ganharia mais se tivesse feito referências a esses conteúdos.

Algo interessante neste livro é que os autores pelo menos falaram um pouco sobre os jogos de azar, isto é, falaram da importância destes jogos para a história da probabilidade, pois como sabemos, foi a partir deles que a probabilidade se desenvolveu. Antes de terminar o capítulo os autores apresentam um texto bem interessante. O texto trata das investigações genéticas sobre a mistura racial. O texto é muito proveitoso, pois faz referências até mesmo à história geral. Porém,

faltou fazer mais ligação do texto com os assuntos que foram desenvolvidos no capítulo. Se os autores tivessem inserido algumas questões de interpretação de texto, achamos que o texto seria melhor aproveitado.

3. SUGESTÕES PARA MELHORIA DA APRENDIZAGEM DA PROBABILIDADE

Uma dos conteúdos que os alunos aprendem na 8ª série é a equação do 2º grau. Comigo não foi diferente; aprendi a resolver este tipo de equação com facilidade, porém não consegui resolver as mesmas equações em Mecânica no 1º ano do ensino médio. Não conseguia ver a relação entre esta equação e a fórmula utilizada para estudar os lançamentos oblíquos. Somente na universidade é que percebi que esses assuntos estão diretamente ligados. Acredito que faltava em mim, naquela época, o mínimo de senso crítico. Algo parecido, que é também interessante perceber, é a dificuldade que alguns alunos têm em resolver equações quando se muda a incógnita ensinada em sala, ou seja, quando ensina-se com X e na prova troca o X pelo Y. Exemplos desse tipo também acontecem com o conteúdo em estudo. Para ilustrar melhor, podemos dizer que muitas pessoas, com ensino médio completo, que jogam na mega-sena acham que a probabilidade de ganhar não é tão pequena. Elas pensam da seguinte maneira: “São apenas 6 números que precisamos acertar de um total de apenas 60. Porém, sabemos que a probabilidade dela ganhar na mega-sena é $1/50.063.860$, que é uma probabilidade baixíssima. Não estamos querendo dizer que a pessoa deva ou não jogar, estamos enfatizando a real necessidade que saibam da real probabilidade, para que não seja enganada. Apresentamos, então, nossa proposta para ensinar a teoria da probabilidade, pois ela se trata de um conteúdo muito importante.

Segundo os PCNEM, espera-se que o aluno nesta fase de escolaridade (ensino médio) ultrapasse a leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seu significado. É apoiado neste tipo de idéias que nos baseamos. O foco principal, nesta apresentação, será voltado para a necessidade de estudar este conteúdo de maneira reflexiva, ou seja, de que o aluno não resolva as questões de maneira mecânica, mas sim que ele analise suas respostas, reflita sobre o assunto e também perceba o elo que existe entre o conteúdo em estudo e o cotidiano.

A idéia que em geral se tem é que para estudar matemática não se precisa escrever e muito menos ler. Porém se estudarmos um pouco a história da matemática, observaremos que muitos dos bons matemáticos eram também filósofos, e que tem boa intimidade com a leitura e a escrita. Assim, propomos a inclusão de questões discursivas, ou seja, questões que permitam que o estudante de matemática tenha mais intimidade com a escrita, e por conseqüência com a leitura. Não achamos interessante retirar as questões tradicionais abordadas pela maioria dos livros do ensino médio, mais acrescentar, uma vez que estas questões têm o seu valor, tanto histórico quanto atual e são questões muito boas para desenvolver o raciocínio lógico matemático.

Lopes, Oliveira E Carvalho (1999) dizem que o ensino de conteúdos que envolvem fenômenos aleatórios, por meio de experimentações, observações, registros, coletas e análise de dados de modo interdisciplinar, pode possibilitar aos estudantes o desenvolvimento do senso crítico. Pretende-se, assim, nos basear em algumas dessas idéias para fundamentar a nossa proposta.

Achamos interessante, como a grande parte dos livros pesquisados, apresentar o conteúdo da seguinte maneira: apresentação da probabilidade, conceituar experimento aleatório, determinístico, espaço amostral, eventos do espaço amostral, equi-probabilidade, definição de probabilidade, propriedades, adição de probabilidade condicional, eventos independente.,etc, buscando respeitar, dentro mesmo deste capítulo, os pré-requisitos entre si.

3.1. Apresentação da probabilidade

Costa E Hurtado (1999) dizem que referências sobre probabilidade nos seguros (ciências atuariais), teoria dos erros experimentais de Maxwell, mecânica quântica (física e química), controle de qualidade industrial (engenharia), genética (biologia), pesquisa de mercado (marketing), dentre outros, representam um manual para introdução ao estudo de fenômenos aleatórios/probabilidade. Portanto, uma destas aplicações, seria de extrema necessidade para incitar a curiosidade do aluno a aprender e apreender a probabilidade.

3.1.1 Experimento determinístico e experimento aleatório.

Podemos dizer que experimentos determinísticos são experimentos em que podemos determinar os resultados nas diversas vezes que repetirmos o experimento. E experimento aleatório são experimentos que podem ser repetidos diversas vezes sob as mesmas condições iniciais, e mesmo assim não é possível determinar previamente o resultado. Alguns autores nem falam sobre experimentos determinísticos, porém achamos interessante que se apresente pelo menos um exemplo sobre este conteúdo, porém sem aprofundar, pois o objeto de estudo são os experimentos aleatórios. Diversos autores limitam-se em explicar experimento aleatório utilizando apenas exemplos com jogos de azar. Julgamos necessário desde já apresentar diversos exemplos de experimento aleatório, e, se possível fazer ligação deste conteúdo com o texto de apresentação do capítulo, assim, não corre-se o risco de que o aluno pense que a principal utilidade da probabilidade é para estudar os jogos de azar. O que não é verdade! Segue-se alguns exemplos de experimentos aleatórios, pois acreditamos que a diversificação dos exemplos pode auxiliar o aluno quanto a compreensão do conteúdo em estudo.

Temos, então, o lançamento de um dado e leitura da face voltada para cima, o lançamento de uma moeda e leitura do lado voltado para cima, o nascimento de uma criança, a previsão do tempo, o teste de qualidade de uma empresa, escolher uma pessoa ao acaso de um grupo de dez pessoas, jogo de futebol, dentre outros...

3.1.3. Espaço amostral e eventos.

Neste tópico a teoria dos conjuntos é essencial para compreensão da teoria de probabilidades. Consideramos, necessário que autores e professores avaliem a necessidade de inserir tópicos sobre esta teoria junto da apresentação desta nova teoria. Clarke e Disney (1979) apresentam este conteúdo proposto em seu livro, porém com foco em alunos do nível superior. Neste livro ele cita que o tópico, teoria dos conjuntos, pode ser omitido caso o estudante tenha domínio dele. Além desses autores, Meyer (1983) e Lipschutz (1979) em seus livros, também propõem tópicos da teoria de conjuntos antes de iniciar a teoria da probabilidade. Considerando, então, que a maioria

dos alunos do ensino médio iniciam o estudo de probabilidade sem domínio da teoria de conjuntos, reforça-se a necessidade de incluir este tópico no início do capítulo de teoria da probabilidade do ensino médio. **Essa necessidade torna-se mais visível para os alunos da rede pública, pois como já foi dito, este conteúdo não faz mais parte do currículo aluno do ensino médio da escola pública.**

Como David, Dennis e Thomas (2002), achamos ser interessante incluir tópicos da teoria dos conjuntos, preferencialmente antes do conteúdo que o exija como pré-requisito. Por exemplo, podemos dizer que dois eventos A e B são excludentes quando $A \cap B = \emptyset$. No entanto, isto não faz sentido para um aluno que não sabe que “ \cap ” significa intersecção entre conjuntos, e que “ \emptyset ” significa conjunto vazio.

3.1.4 Equiprobabilidade

Um espaço amostral é equiprovável se as freqüências relativas de seus elementos tendem a um mesmo valor quando o número de vezes que o experimento é repetido tende ao infinito. Sabendo disso, propomos as seguintes experiências para auxiliar na ilustração deste conceito. Objetivamos assim, desenvolver no estudante a noção intuitiva de infinito, para que deste modo ele compreenda melhor a equiprobabilidade, pois ela está intimamente ligada com a noção de infinito. Poderíamos também ter usado experiências semelhantes tais como nascimento de uma criança, retirada de uma bola branca de uma urna que contém 4 bolas brancas, etc. Se o aluno encarar este experimento com seriedade, ele poderá perceber de maneira mais clara a definição de probabilidade.

Sugestões de experimentos.

a) Lance uma moeda 100 vezes e faça um relatório de suas observações. b) Faça o mesmo com um dado. c) Compare os resultados obtidos nos itens “a” e “b”

3.1.5. Estatística e probabilidade.

Considerando experiências prévias em sala de aula, quando do ensino deste conteúdo no ensino médio, percebemos que seria mais interessante que a estatística preceda a probabilidade. Dante (2005) apresenta no final do capítulo de estatística um tópico sobre a estatística e probabilidade. Nesse tópico ele comenta que experimentos do tipo: probabilidade de um avião cair, probabilidade de chuva, resultados eleitorais, mortalidade causada por doença, dentre outras, depende do histórico dos dados. Pois quanto maior for o histórico dos dados a ser analisado melhor será a apresentação das probabilidades do experimento ocorrer. A idéia apresentada por este autor é interessante, no entanto, propomos a apresentação do conteúdo de estatística precedendo ao de probabilidade. Assim, o aluno já teria estudado freqüências relativas, uma ótima ferramenta para explicar a equiprobabilidade. Como conseqüência, a definição de probabilidade seria melhor entendida. A probabilidade condicional é outro conteúdo que seria beneficiado com esta alteração de ordem de conteúdos, pois vemos que a maioria dos exercícios

de probabilidade condicional abordados pelos livros no ensino médio envolvem dados estatísticos.

3.1.6 Ilustração

A seguir apresentamos alguns exemplos para ilustrar melhor nossas idéias.

Exemplo 01. Uma lanchonete de Taguatinga-DF tem os seguintes dados sobre a idade e o estado civil de 140 clientes.

Tabela 1. Dados sobre a idade e sexo dos clientes de uma lanchonete.

Idade	Estado Civil	
	Solteiro	Casado
Menos de 30 anos	77	14
30 anos ou mais	28	21

a) Qual é a probabilidade de se encontrar um cliente que é solteiro e com menos de 30 anos? b) Se um cliente tem menos de 30 anos, qual é a probabilidade de que ele seja solteiro(a)? c) **Qual é a importância destas informações para o dono da lanchonete?(discursiva).**

Exemplo 02.

Diabetes Mellitus(DM), também conhecida simplesmente como diabetes, hiperglicemia, açúcar no sangue ou aumento de açúcar: é uma doença provocada pela deficiência de produção e/ou da ação da insulina, que leva a sintomas agudos e a complicações crônicas características. Os sintomas são: sede excessiva, aumento do número de micções, surgimento do hábito de urinar à noite, fadiga, fraqueza, tontura, visão borrada, aumento de apetite e perda de peso. De acordo com a pesquisa realizada pelo novo Nordisk, 40% dos pacientes sentem estresse devido ao diabetes, pois se preocupam em não poder cumprir com suas responsabilidades familiares e se sentem mais tensos do que outras pessoas

a) Segundo o texto, qual é a probabilidade de uma pessoa que possui a DM sentir estresse devido ao diabetes? b) **Pode –se dizer com certeza que num grupo de 10 pessoas que possui diabetes Mellitus(DM), exatamente 4 são estressadas devido a esta doença?Justifique sua resposta. (Questão discursiva)** c) Qual é a probabilidade de num grupo de 20 portadores de DM, sortear um desses pacientes(X), ao acaso, e este estar estressadas devido ao diabetes?

Pesquisa: Incentivamos que sejam apresentadas ao aluno situações em que exija que o aluno faça algum tipo de pesquisa extra-escolar, tais como: 01) **Quais foram as dez últimas seqüências sorteadas no concurso da mega-sena.** 02) **Pesquise a situação financeira atual de uma pessoa que já recebeu o prêmio máximo.** Sugerimos, com isso, que o professor aproveite os dados pesquisados e faça uma relação ao conteúdo propriamente dito.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os livros estudados, em geral, possuem uma gama de exercícios úteis para o aprendizado do conteúdo em estudo. Porém, como apresentamos neste artigo, notamos que falta uma ligação mais direta com a realidade do aluno. A apresentação do conteúdo, por sua vez, poderia ser reavaliado, uma vez que quase todos explicam essa matéria se limitando a falar sobre os jogos de azar. No entanto, apresentam uma bateria de exercícios bem elaborados que envolvem muitos tópicos que eles nem sequer comentam. Por exemplo, alguns dos livros não comentam sobre estatística, porém apresentam uma bateria de exercícios, a qual o conhecimento da estatística seria fundamental para o melhor entendimento do que se está fazendo. Os alunos até resolvem as questões, porém muitas vezes o fazem decorando a fórmula e a aplicando.

Em síntese, propõe-se um capítulo de probabilidade que inicie com um texto que contenha alguma aplicação, curiosidade, ou até fatos históricos que incentivem o aluno a aprender esta teoria. Para apresentar os conteúdos sugerimos que ao conceituar cada tópico apresente-se exemplos diversos, e não somente aqueles que envolvem jogos de azar. Preferencialmente achamos interessante que estes exemplos conjuguem a teoria com a aplicação no cotidiano, tais como Biologia, Estatística, economia, dentre outros. Quanto aos exercícios, vemos que é importante trabalhar não somente exercícios que exijam respostas exatas, mas também exercícios que permitam ao aluno dar uma resposta discursiva, por exemplo: “A probabilidade que algo aconteça é sempre de 50% pois ou ela acontece, ou ela não acontece?”, ou seja, exercícios que ajudem a desenvolver não só o senso lógico-matemático, mas também o senso-crítico do aluno em relação ao que se está estudando.

E mais, propõe-se o estudo da estatística anteriormente a probabilidade e a inclusão de tópicos sobre a teoria dos conjuntos. Consideramos muito importante a presença de notas reflexivas, no decorrer do capítulo, curiosidades probabilísticas e desafios. Segundo Bordier (1991), se os matemáticos que contribuíram para a criação e o desenvolvimento da teoria de probabilidades encontraram dificuldades, pode-se presumir, sem grande dificuldade que o mesmo aconteça com alunos e professores. Assim, uma análise retrospectiva dessas dificuldades pode servir como elemento de motivação em sala de aula, uma vez que diminui a resistência usualmente encontrada diante do assunto.

Acreditamos que as propostas apresentadas neste artigo, acrescentadas às que já existem e com as que não de vir, podem nos ajudar a alcançar nossos objetivos, que é o de tirar o maior proveito desse conteúdo que é tão rico em aplicações.

Referências Bibliográficas

CLARKE, A Bruce; DISNEY, Ralph L., **Probabilidade e processos Estocásticos**. Tradução de Gildasio Amado filho. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos Editora., 1979.

COSTA, J. F. Da Serra; HURTADO, Natalie Haanwinckel., **A probabilidade no Ensino Médio: A Importância dos jogos como Ferramenta Didática**. Disponível em http://www.cinea.org.ar/congreso_articulo13.html: acessado em 07/11/2005.

DANTE, Luiz Roberto., **Matemática 3ª série: PNLEM, aprovado pelo MEC**. São Paulo: Ática, 1ª edição, 2005.

DAVID, R. Anderson, DENNIS, J. Sweeney, THOMAS A. Williams., **Estatística aplicada à administração e Economia(tradução da 2ª edição norte-americana)**. São Paulo: Afiliada, 2002.

FILHO, Benigno Barreto; SILVA, Cláudio Xavier., **Matemática 2ª: aula por aula, PNLEM, aprovado pelo MEC**. São Paulo: FTD, 1ª edição, 2003.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto., **Matemática 1: conjunto, funções e progressões**. São Paulo: FTD, 1992.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto., **Matemática 2: Uma nova abordagem-versão trigonometria**. São Paulo: FTD, 2000.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; DEGENSZAJN, David; PERIGO, Roberto., **Matemática Volume único**: São Paulo: Atual, 2002.

LIPSCHUTZ, Seymour., **Teoria e problemas de probabilidade**. São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte, Porto Alegre, Recife(1979): Mcgraw-Hill, 1979.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin., **A probabilidade e a Estatística no currículo de matemática do ensino fundamental brasileiro**. Disponível e www.inf.ufsc.br/cee/pasta5/art1p5.html. acessado em 07/11/2005.

MEYER, Paul L., **Probabilidade , Aplicações à Estatística**. 2ª Edição – Tradução de Ruy de C. B. Lourenço Filho. Rio de Janeiro, 1983.

PAIVA, Manoel., **Matemática: volume único - coleção base**. São Paulo: Moderna, 2003.

SANTOS, Carlos Alberto Marcondes; GENTIL, Nelson; GRECO, Sérgio Emílio., **Matemática Volume único: série – Novo Ensino Médio**. São Paulo, Ática, 7ª edição, 2003.